

MTVモデルによる外国為替レート 日次収益率の変動予測

岡 本 雅 典

1. はしがき

不確実性の高い金融資産価格変動分析にMTV (Multivariate Time Series Variance Component) モデルが有効なことが知られている (たとえば刈屋、1987)。先に岡本・陳 (1994) は欧州・米国・アジア諸国の16の通貨単位に対する円価格の日次収益率の変動について主成分分析を行った。調査期間は1991年1月3日から1993年5月31日迄であった。欧州の通貨単位と米国・カナダ・アジア諸国の通貨単位に対する円価格の変動は第2主成分において鮮明に分けられた。その値は正負相反する値を取り、第1主成分、第2主成分のベクトル図では2つのグループに分けられる。このことはヨーロッパ主要国の通貨単位が負の変動方向に向かうときその他の諸国では逆にこれを安定化させる方向か、さらに逆方向の変動を強化するかに見受けられる。とくに豪州の通貨単位の変動は両者の影響をともに受け、ベクトル図では米国・アジア諸国よりではあるがヨーロッパ主要国と米国・アジア諸国の中間の位置を占める。このことは主成分分析を通じて実証されたものである。本報告では上述の主成分分析の結果を補足する。次にそれらをもとにMTVモデルを作り、1ステップ先の1993年6月のボラティリティの予測を行った結果を述べる。

2. 日次収益率の月別ボラティリティの主成分分析補足

観測の全期間にわたって円価格のヨーロッパ・豪州・アジア諸国16の通貨単位に対する為替レートの日次収益率の各月内の標準偏差 s をボラティリティと

した。各通貨単位の変数名を表1に再録する。16組の標準偏差を新しい変数として各組の標本の大きさ29について主成分分析を行ったが、16組の新変数の基本統計量を表2に示す。平均値、標準偏差は 10^4 倍した値である。変動係数CVはほぼ30%前後である。英国ポンド、イタリアリラのみが40%を越えてい

表1 各国別為替レート変数名

変数	国別通貨	備 考	変数	国別通貨	備 考
X 1	米ドル	フロート制	X 9	スペイン100ペソ	フロート制 米ドルリンク 複合通貨単位にリンク 同上 同上 韓国銀行基準ベース フロート制
X 2	カナダドル	フロート制	X 10	豪州ドル	
X 3	英国ポンド	フロート制	X 11	香港ドル	
X 4	ドイツマルク	EMS参加	X 12	マレーシアリンギット	
X 5	スイスフラン	フロート制	X 13	シンガポールドル	
X 6	フランスフラン	EMS参加	X 14	タイバーツ	
X 7	オランダギルダー	EMS参加	X 15	韓国100ウォン	
X 8	イタリア100リラ		X 16	台湾ドル	

表2 円対16通貨の為替レート日次収益率の各月内ボラティリティ
(標準偏差)の基本統計量

通貨	平均値 mean($\times 10^4$)	標準偏差 s.d.($\times 10^4$)	変動係数 CV	歪度 b	尖度 K
X 1	57.287	17.443	0.304	0.734	-0.015
x 2	58.426	16.710	0.286	0.696	-0.525
X 3	69.216	29.279	0.423	1.310	1.669
x 4	66.935	22.142	0.331	1.165	2.731
X 5	68.539	20.095	0.293	1.410	4.030
x 6	68.287	21.048	0.333	1.307	3.163
X 7	66.113	21.126	0.320	0.983	1.814
x 8	69.361	30.383	0.438	1.690	3.096
X 9	68.439	22.936	0.335	1.897	6.365
x 10	63.918	20.930	0.327	0.490	-0.057
X 11	55.630	16.235	0.292	0.685	0.135
x 12	51.844	17.215	0.332	0.619	-0.343
X 13	47.525	13.461	0.283	0.139	-0.950
x 14	47.980	14.166	0.295	0.464	-0.115
X 15	64.611	20.460	0.317	0.817	0.349
x 16	57.647	17.406	0.302	1.363	3.192

る。この期間に他の通貨に比して極度に大きな変動があったことを示している。歪度 b 、尖度 k については、X10, X12, X13, X14を除いて有意水準5%で正規性が否定され、右裾の長い分布であることがわかる（日科技連、数値表27、正規性の検定(1)、p.22、 $n=30$ とした）。尖度についてはX4、X6、X8、X16を除いては正規分布に従うとはいえない。16個の平均は0.846であり、3より低い値であり、尖度が大きい通貨は概して歪度も大きく異常に大きい値が突発的に現れたことを示している。

次に主成分分析の補足として主成分得点による分析結果を述べる。第1主成分を横軸に、第2主成分を縦軸にとつて各観測値の位置を示したのが図1である。この図から言えることは第1主成分 -1.0 の付近に第2主成分がほぼ集っているが、第1主成分のいくつかの大きな値（たとえば観測番号13、21）が

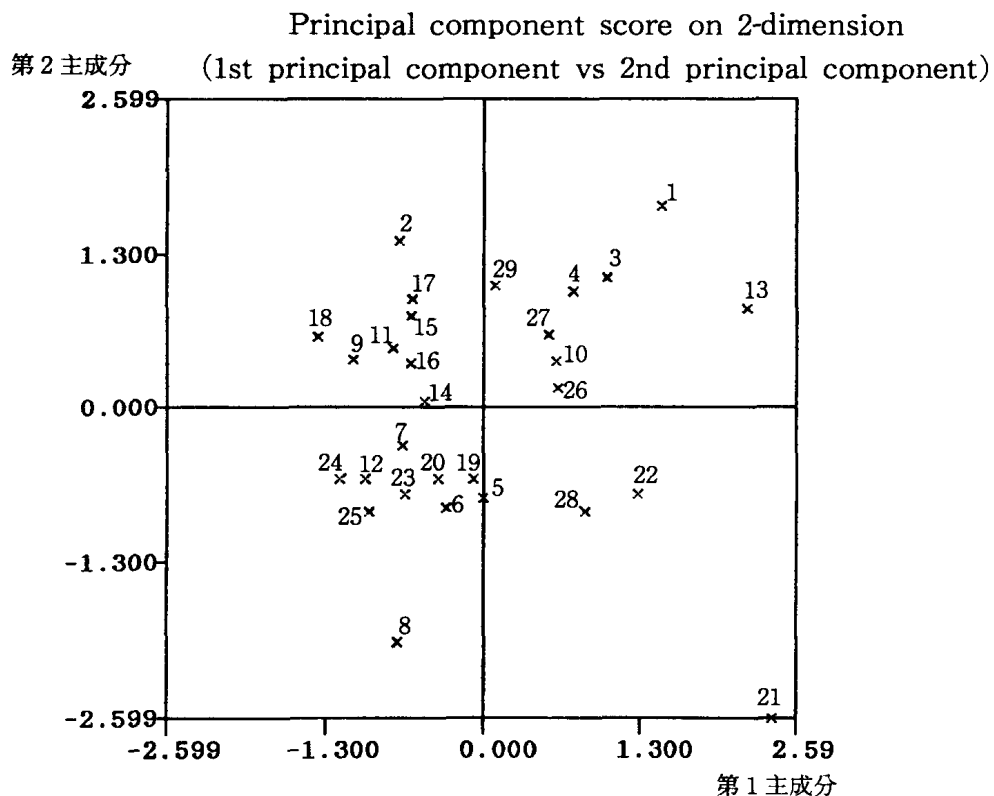


図1 為替レート日次収益率の各月内ボラティリティの主成分得点
(第1主成分と第2主成分)

2.5 近くまで現れて、集まりを乱している。第2主成分の絶対値が大きな観測番号8の内にはボラティリティの大きさ（値は 10^4 倍）の順に

X 4（ドイツマルク）	102.89	X 7（オランダギルダ）	100.99
X 6（フランスフラン）	92.86	X 8（イタリアリラ）	89.97

があり、第2主成分の大きな値のものはヨーロッパ通貨内の変動を表している。

第1主成分が大きな値を示している観測番号13には

X16（台湾ドル）	115.99	X10（豪州ドル）	107.84
X15（韓国100ウォン）	106.82	X 1（米国ドル）	99.80
X11（香港ドル）	96.05		

があり、米国・Nies諸国・豪州の通貨の変動を表している。観測番号21では

X 8（イタリアリラ）	163.30	X 9（スペインペソ）	155.61
X 3（英国ポンド）	154.07	X 4（ドイツマルク）	138.84
X 5（スイスフラン）	138.48	X 6（フランスフラン）	133.59
X 7（オランダギルダー）	130.59	X10（豪州ドル）	107.43
X15（韓国100ウォン）	92.05		

となり、圧倒的にヨーロッパの通貨の大きな変動を示している。豪州ドル、韓国ウォンも同時に大きな変動をしていることが図1の第4象限（右下）に点が位置している理由と思われる。以上のことから第1主成分では米国、豪州Nies諸国の通貨の変動を表わし、第2主成分は負の方向ではあるがヨーロッパの主要国の通貨の変動を表していると思われる。さらにこのことは前論文で示さなかつた第2主成分と第3主成分の因子負荷量の2次元表示である図2を見るともつと明らかになる。図2の横軸は第2主成分で縦軸は第3主成分である。図2では右側のグループは英国、イタリア、スイス、スペイン、ドイツ等が集まり、欧州通貨群を示している。左側のグループは米国、豪州、カナダ、シンガポール、香港、マレーシア、台湾の通貨から構成されている。このことは第2主成分の欧州通貨に対する役割と米国、豪州、アジア諸国に対する役割に正

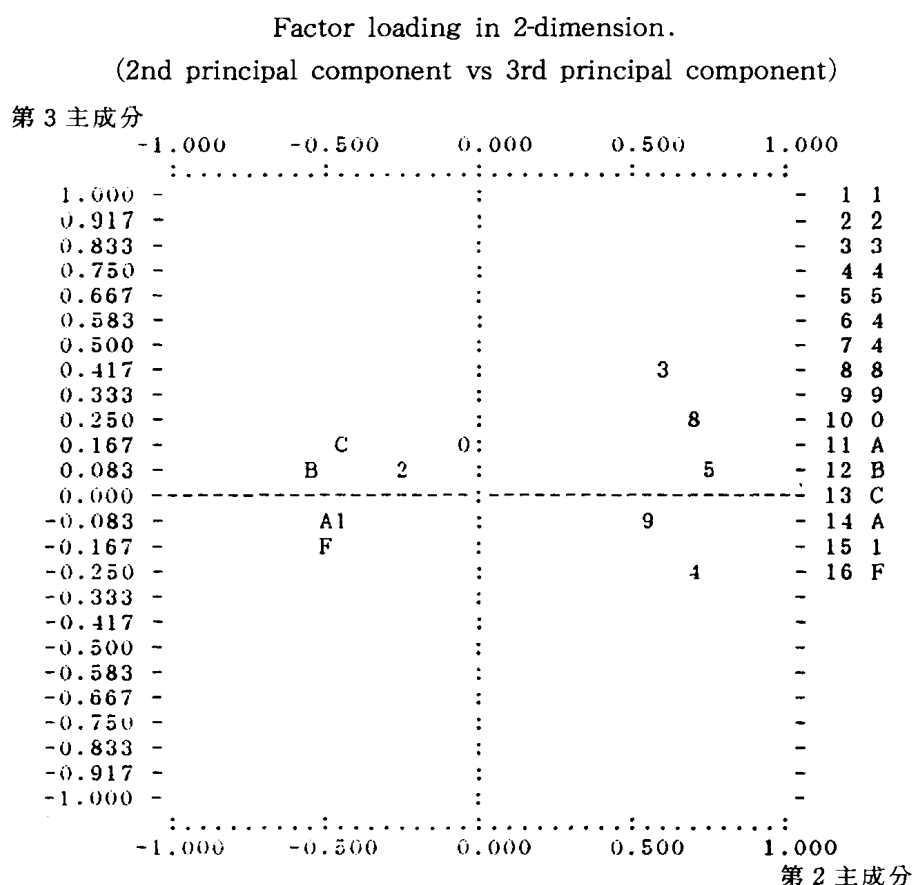


図2 為替レート日次収益率の各月内ボラティリティの主成分因子負荷量
(第2主成分と第3主成分)

負の方向があることを示しているし、第3主成分は各グループ内の変動の大きさを示すものと考えられる。

3. MTVモデル

不確実性が高く多次元的な経済時系列の実証的分析のための有力な一方法として刈屋（1986）が提案した多変量時系列変動要因モデル（Multivariate Time Series Variance Component Model=MTVモデル）がある。MTVモデルは与えられた p 変量の変動の背後にその変動の支配する q 個の主要な時系列要因（Variance Component）があると考えている。いわば主成分分析の結果得られた要因に対応するものが時間的に変化して行くと見ている。MTV

モデルには3つの基本仮定がある（たとえば刈屋、1987）。いま t 時点の p 次元確率ベクトルを

$$\mathbf{x}_t = (x_{1t}, \dots, x_{pt})', \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

とし、各 x_{jt} ($j=1, 2, \dots, p$) は共通変動要因 f_{jt} の一次結合と平均 μ_t から成り立つ確率過程

$$\mathbf{x}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \alpha_1 f_{1t} + \dots + \alpha_j f_{jt} + \dots + \alpha_p f_{pt} \quad (1)$$

に従うものとする。ここに $\boldsymbol{\mu}_t$, α_j はベクトルであって

$$\boldsymbol{\mu}_t = (\mu_{1t}, \dots, \mu_{pt})', \quad \alpha_j = (\alpha_{1j}, \dots, \alpha_{pj})'$$

$$\alpha_j' \alpha_j = 1, \quad \alpha_j \alpha_k = 0 \quad (j \neq k)$$

特に f_{jt} の集合 $F_j = \{f_{jt}; t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ は平均0の2次定常過程に従うといふ仮定は基本的である。このとき f_{jt} と $f_{j, t-k}$ の自己共分散は時間差 k ($k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$) にのみ依存する。第2の仮定は多変量時系列を扱うためモデルの一意性を保証するものである。第3の仮定は F_j と F_k ($j \neq k$) の無相関性を要請している。 $\{f_{jt}\}$ が非定常の場合には \mathbf{x}_t の共分散行列は時間に依存するので n 個の変数ベクトルの一次結合を q 個の変数ベクトルの一次結合で近似するための最適性の条件は弱めらるが、 f_{jt} が時間の簡単な関数の場合、それを f_{jt} の推定値の基ついで推定する。

次に16の通貨の日次収益率のボラティリティについてMTVモデルを適用した結果を述べる。実際の計算では \mathbf{x}_t は q 個の共通変動要因で説明されるとして

$$\mathbf{x}_t = \boldsymbol{\mu} + \alpha_1 f_{1t} + \dots + \alpha_q f_{qt} \quad (2)$$

とおく。ここで主成分の累積寄与率がほぼ95%になる第5主成分 ($q=5$) までも共通変動要因として取り上げた。まず変数 \mathbf{x}_t を基準化して

$$z_{it} = (x_{it} - \bar{x})/s_i, \quad i=1, 2, \dots, 16, \quad t=1, 2, \dots, 29,$$

とした。これら基準化変数に対して

$$z_{it} = \beta_1 g_{1t} + \dots + \beta_{iq} g_{qt}, \quad (3)$$

とおける。ここに $\beta_{ij} = \alpha_{ij} \sqrt{\gamma_j(0)}$ は主成分因子負荷量であり、 g_{jt} は主成分得点である。共通変動要因 f_{jt} の推定値は

$$f_{jt} = \sqrt{\gamma_j(0)} g_{jt} = \sqrt{\text{固有値}} \cdot \text{主成分得点}$$

$$j = 1, 2, \dots, 5, \quad t = 1, 2, \dots, 29$$

から得る。 $\{f_{jt}\}$ に AR モデルをあてはめた結果は次の通りである。AR の次数の選択は AIC により判定した。各係数の下の括弧は標準偏差を表す。

第 1 変動要因に対して

$$f_t = -0.269f_{t-4} + 0.460f_{t-9} \quad \text{AIC} = 2.122 \quad (4)$$

$$(0.16) \quad (0.18)$$

第 2 変動要因に対して

$$f_t = 0.251f_{t-1} + 0.299f_{t-2} - 0.350f_{t-5} \quad \text{AIC} = 1.277 \quad (5)$$

$$(0.18) \quad (0.17) \quad (0.14)$$

第 3 変動要因に対して

$$f_t = 0.198f_{t-1} + 0.336f_{t-2} + 0.307f_{t-3} \quad \text{AIC} = -1.064 \quad (6)$$

$$(0.19) \quad (0.18) \quad (0.20)$$

第 4 変動要因に対して

$$f_t = -0.174f_{t-2} - 0.484f_{t-6} - 0.439f_{t-7} \quad \text{AIC} = -1.292 \quad (7)$$

$$(0.14) \quad (0.15) \quad (0.14)$$

第 5 変動要因に対して

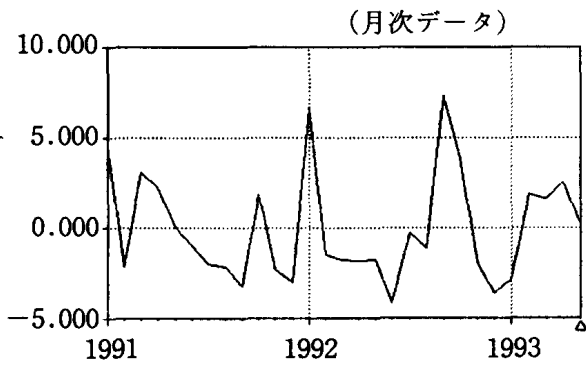
$$f_t = -0.258f_{t-2} + 0.379f_{t-3} - 0.341f_{t-6} + 0.328f_{t-7} \quad (8)$$

$$(0.16) \quad (0.15) \quad (0.17) \quad (0.16)$$

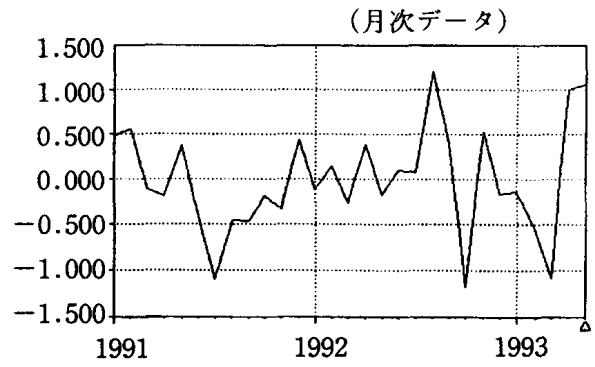
$$\text{AIC} = -1.586$$

となった。各変動要因に対する f_t の時間的变化を図 3 に示す。第 2 主成分以外ではほぼ定常時系列と見てよいであろう。

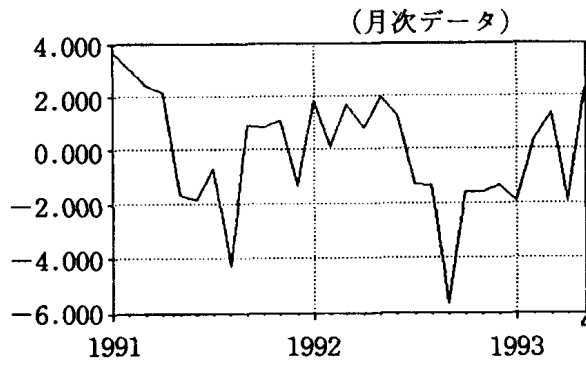
MTVモデルによる外国為替レート日次収益率の変動予測



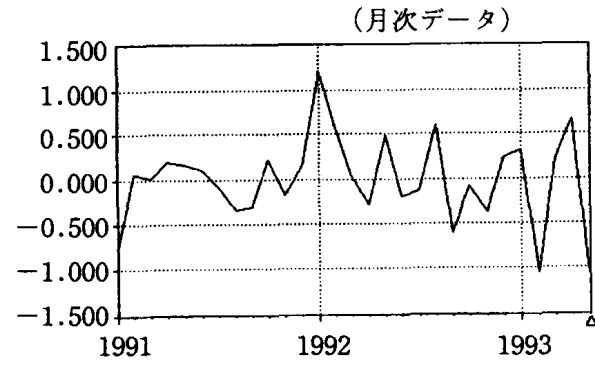
(a) 第1変動要因



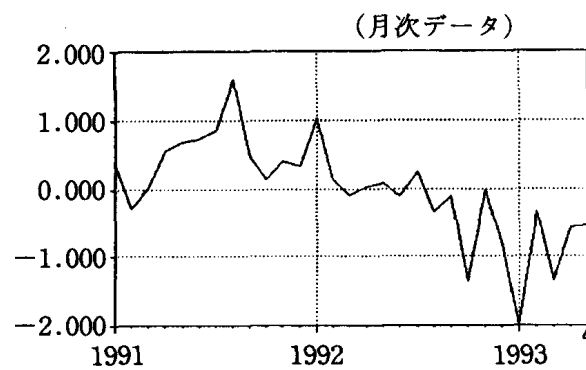
(d) 第4変動要因



(b) 第2変動要因



(e) 第5変動要因



(c) 第3変動要因

図3 MTVモデルの共通変動要因の時間的变化

4. MTVモデルによる予測

ここに得たMTVモデルを用いて1か月先の1993年6月の予測値を計算した。 $z_{i,t}$ の予測値は

$$\hat{z}_{i,t+1} = \alpha_1 f_{1,t+1} + \dots + \alpha_q f_{q,t+1} \quad (9)$$

によって求めた。予測値 $f_{j,t+1}, j=1,2,\dots,5$ を表3に、基準化変数の予測値 $\hat{z}_{i,t+1}$ とその値をもとの値 x_t に戻したものと実測値との比較を表4に示す。

表3 共通変動要因の1993年6月の予測値
(上限、下限は95%信頼限界)

変動要因	上限	$f_{j,t+1}$	下限
1	8.546	2.882	-2.781
2	4.510	0.798	-2.913
3	0.423	-0.729	-1.880
4	0.691	-0.337	-1.364
5	0.587	-0.300	-1.187

表4 基準化変数 z_t ともとの変数 x_t の1993年6月に対する予測値
(上限、下限は95%信頼限界)

通貨	$z_{i,t}$			$x_{i,t}$			1993年6月 実測値
	上限	予測値	下限	上限	予測値	下限	
X1	1.199	0.779	0.359	78.195	70.875	63.551	113.457
X2	2.378	0.512	-1.353	98.157	66.982	35.812	117.740
X3	2.836	0.490	-1.855	152.249	83.563	14.895	105.503
X4	3.121	1.155	-0.811	136.046	92.515	48.988	102.705
X5	3.028	0.838	-1.351	129.378	85.374	41.383	109.171
X6	3.204	1.123	-0.958	135.717	91.921	48.130	106.510
X7	3.090	1.158	-0.775	131.402	90.574	49.750	99.663
X8	3.201	0.673	-1.854	166.611	89.816	13.044	98.871
X9	3.670	0.727	-2.215	152.618	85.120	17.635	106.277
X10	2.715	0.434	-1.846	120.753	73.005	25.285	145.715
X11	1.135	0.807	0.479	74.051	68.731	63.408	110.410
X12	1.127	0.408	-0.311	71.253	58.867	46.485	109.716
X13	1.684	0.422	-0.840	70.200	53.209	36.223	96.059
x14	1.332	0.689	0.045	66.856	57.736	48.616	104.584
x15	1.299	0.753	0.206	91.195	80.009	68.820	100.065
X16	0.816	0.857	0.898	71.848	72.565	73.275	109.221

予測値の上限、下限は95%の信頼限界である。結果はX 3 から X 9 までのヨーロッパ通貨はすべて95%信頼限界内に入ってきている。米国、豪州、アジア諸国の通貨は95%信頼限界から大きい方にはみ出ている。これは第3変動要因にトレンドが認められ定常性が満たされないことが一つの理由として挙げられる。あるいは米国・豪州・アジア諸国の通貨に比してヨーロッパ主要国通貨の相対的安全性に起因するのであろうか。

5. 結 び

1991年1月3日から1993年5月31日迄の期間、欧州・米国・アジア諸国の通貨に対する円の為替レートの日次収益率の月内標準偏差をボラティリティとして、その主成分分析を行った結果を用いてMTVモデルを適用した。このモデルに基づいて1カ月先の1993年6月のボラティリティを予測した。欧州通貨については予測値はすべて95%信頼区間内におさまっているが、米国・豪州・アジア諸国の通貨は予測値よりいずれも過大な変動を示している。また $\{f_{j,t}\}$ 系列の定常性について検討する余地が残されている。

本報告のうち原データの収集、主成分分析の計算は福山大学大学院経済学修士陳勇（現成都科技大学・四川大学財経学院助教授）が行ったものである。

参考文献

1. 刈屋武昭（1986）「多変量時系列変動要因分析モデル」、経済研究、37巻1号。岩波書店。
2. 刈屋武昭（1987）「MTVモデルと株価予測」、社会科学の計量分析（多変量解析の理論と応用）鈴木雪夫・竹内 啓編、東京大学出版会。